

POJAM BROJA

I onda su sve te vrste tako stvorene dobile od Stvoritelja svoja lica akcijom Ideja i Brojeva.

Timej

Timejeva rečenica koja služi kao moto ovom odlomku i, mogu reći, celoj ovoj studiji, apsolutno rezimira Platonove zaključke koji se odnose na vasionu, i na Pitagorine zaključke koji su ga inspirisali: teorija obrasca i *Zakon broja*. Vidovi i ciljevi savremene matematičke fizike se takođe podudaraju sa ovim dvema Platonovim glavnim crtama; izgleda da one osvetljavaju ceo kasniji razvoj zapadne misli.

Bertrand Rasel je, prvi, primetio povratka moderne nauke pitagorejskim disciplinama; on je, naravno mislio, s jedne strane, na opšti relativitet, kako ga je predstavio Ajnštajn, i s druge strane na kvantnu teoriju i na sinusoidnu mehaniku koje dugujemo Maksu Plancku i Luju de Brojlu.

Mi ćemo se ovde specijalno pozabaviti brojem; pre nego što uzmemo u obzir ulogu broja i brojeva kroz vekove, treba ispitati poreklo tih pojmova. Za te daleke početke imamo kao vodič jedino primitivnu aritmetiku zabeleženu kod zaostalih naroda koji još i danas postoje, i možemo, bez straha da ćemo se prevariti mnogo, da zamislimo, analogijom, slično poreklo kod naših predaka orinjonskih, magdalenskih, sumerskih, semitskih ili sredozemnih. Čak i kod takozvanih divljih naroda ideje koje se tiču broja predstavljaju pojmove koji su u vezi sa filozofijom i mađijom. Broj jedan je u isti mah jedinica za računanje (ponekad jedina, jer brojevi podrazumevaju obe koncepcije „jedan“ i „više“ ili „mnogo“) i simbol jedinstva uopšte, kao i identiteta ja sa njim samim, kao opoziciju ostalom delu vasiono, što uostalom već podrazumeva ideju dvojnosti.

Sledeći stadijum je postignut sa eksplicitnom zamišlju broja dva i dvojnosti, koja je poreklom od zamisli koju su Grci nazivali „isti i drugi“; drugi je bio neodređeni skup brojeva većih od jedan. Neka australska plemena i Bušmani iz južne Afrike upotrebljavaju ovu diadičnu numeraciju samo sa simbolima za *jedan* i za *dva*; svaki drugi broj je onda kombinacija od 1 i 2, na primer $5=2+2+1$. Drugi primitivni narodi (u Kaliforniji, na primer) upotrebljavaju numeraciju gde je četiri najveći broj (primer: $7=4+3$), neki drugi primitivni narodi (plemena Arovak iz Južne Amerike) imaju kvinarnu nominaciju (prirodnu zbog broja prstiju na ruci), a neki primitivni narodi iz Afrike se služe heksadičnom numeracijom koja ima šest kao najveći broj.

Ali kad bismo umesto proučavanja naših primitivnih savremenika proučavali početak naše civilizacije, ili, bolje reći, od prve pojave prvih pisanih dokumenata koji su nam poznati, našli bismo kod Sumeraca iz Mesopotamije (oko 3500. god. pre Hrista) upotrebu dvanaesteračno-šezdeseteračnog sistema, koji je verovatno bio inspirisan lunarnim ciklusom. Naprotiv, Jevreji i ostali Semiti, Amorit, Fenici, Arapi, kao i Arijsi iz Indije, i Egipćani (natpisi takođe potiču iz 3500. god. pre Hrista) opredeljivali su se za sistem sa decimalnom bazom. Vavilonski i haldejski Semiti dveju zadnjih hiljadugodišnjica pre naše ere mešali su decimalni i dvanaesteračni i šezdeseteračni sistem.

Plemena Maja iz Jukatana, zbog svojih astronomskih istraživanja i zbog uspostavljanja jednog dosta preciznog kalendara imali su već oko 500. god. pre Hrista numerički sistem zasnovan na brojevima 5 ili 20. Slova iz grčke azbuke a zatim i iz rim-

ske bila su pozajmljena iz fenicianske azbuke (oko 1000. god. pre Hrista); Feniciani i Jevreji, zatim Grci, upotrebljavali su umesto brojeva slova iz azbuke sa specijalnim slovima za brojeve deset, sto i hiljadu, Jevrejski broj deset, na primer, bio je *jod* ili meko *g*; broj deset je bio u kabali celovit broj i postao je *g* mađijskih pentakla, a zatim *g* masonske blistave zvezde (zvezdani pentagon ili pentagram). Kao kod primitivaca, prva računanja su se najpre izvodila sa 5, a zatim sa 10 prstiju, zatim sa kamenčićima, onda još kasnije pomoću računaljki sa kuglicama (Kina, Rusija) koje su omogućavale komplikovanije računanje.

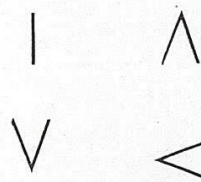
Taj numerički domen kod primitivaca je detaljno proučavan u specijalnim knjigama i ja se neću više zadržavati na tome, sem što ću naglasiti da su pitagorejci u Grčkoj, ili, bolje reći, u Velikoj Grčkoj, zamenjujući brojeve sa grupama određenih geometrijskih tačaka, razvili disciplinu figurativnih brojeva, što im je omogućilo da direktno prodru u korelacije brojeva i geometrijskih figura u ravni i u prostoru, zatim da dovedu broj u centar jedne pročišćene metafizike koja je sa Pitagorom bila obrazac ili primer, u pravom smislu reči, jedne doktrine koja se rezimira rečenicom „Sve je organizovano sa brojem“, i u kojoj je ime *kosmos* (harmonično uređen svet) dato vasioni. Same reči *kosmos* i *filozofija* su, prema jednoj nepobitnoj tradiciji, pripisane Pitagori.

Numerički simboli

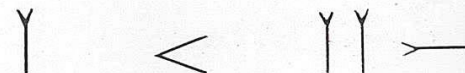
Jedan Deset Sto



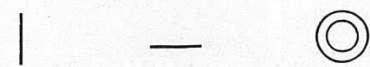
Egipat (hijeroglifi)
3500. god. pre Hrista



Egipat (hijeratički jezik) ...



Sumerijanski



Haldejski
Kritski, 1200 god. pre Hrista

Pre Grka koji su temeljito studirali cele brojeve, a zatim otkrili, pomoću dijagonale kvadrata ($\sqrt{2}$ za jedan kvadrat koji ima za jednu stranu 1) i hipotenuzine teoreme, iracionalne brojeve, treba ponovo spomenuti Haldejce i Egipćane; iako nisu tražili, kao kasnije Pitagorejci, da izdvoje apstraktnu ideju broja i njegovu praktičnu primenu, oni su napredovali u aritmetici i praktičnoj geometriji (geometriji geometra, koja je čista etimologija reči geometrija), a to napredovanje su Grci iskoristili. Haldejska civilizacija, ili, zapravo, sumerska, u neku ruku je majka zapadnih civilizacija; zapravo je neolitski čovek baš u Mesopotamiji u početku šestog milenijuma pre naše ere zasnovao civilizaciju u pravom smislu, osnivajući prva sela, zatim prve gradove, gajeći biljke za ishranu (pšenica, ječam), privođujući životinje, praveći već grnčariju vrednu pažnje. U Eridu, oko 4500. godine pre naše ere, ponikla je prva urbana civilizacija, sa hramovima i palatama. Neki et-

nolozi traže za proto-Sumerce, za neolitske narode dunavskog basena (glavne ličnosti kulta Velike Boginje Majke, stvaraoce „obojene keramike“), i za Kineze iz legendarne epohe Triju Careva, zajedničko poreklo, sa polaznom tačkom sa severo-zapada sadašnje Rusije, između Baltičkog i Belog mora; moguće je da se radi o proto-arijskim ostacima, ograncima magdalenskih ili čak orinjonskih rasa. Ali, kao usvojena tehnika za merenje zemljanih površina, koja se služila razmerama i nebeskim putanjama, ona je potpomogla razvoj haldejske i egipćanske matematike, naročito predviđanje pomračenja, lunarni kalendar, plasiranje zodijska, inspirisala je narod haldejskog ciklusa, Sumerce, Akadijance, Vavilonjane, Asirce, Ašemenide, za njihove numeričke sisteme bazirane na brojevima 12, 20, 60 ili šezdeseteračni sistem, na koji se, pod uticajem vavilonskih Semita, nadovezuje decimalni sistem.

U Egiptu, gde je, kao kod Semita, preovladivala decimalna numeracija, razvila se više geometrija geometara i arhitekata, a ne geometrija astronoma i astrologa, iako je orijentacija silazne galerije Velike piramide na Severnom zvezdanom Polu postavljena sa apsolutnom tačnošću. Ali preciznost, skoro halucinantna, egipatskih hramova i grobova, kao i preciznost stela i bareljeva, ukazuju na primenu jedne čudne i originalne aritmetike razlomka, kombinovane sa upotrebom izvesne brojne serije koja omogućava postizanje najviše aproksimacije iracionalnih dužina koje su Grci kasnije otkrili i upotrebili.

Međutim, brojevi, naročito oni koje su pitagorejci nazivali »čist broj«, ili »božanski«, nisu dostigli u egipatskom religioznom ili mađijskom ritualu vrednost reči, moćnih reči koje su bile svojstvene boginji sa sedam velova, Izis, i Tot-Hermesu.

Zapravo, u *Bibliji*, u Solomonovoj *knjizi mudrosti*, nalazimo, ili izgleda da nalazimo, prvo pominjanje broja kao apstrakcije: »Bog je sve uredio merama, brojevima i težinama«.

Ako bismo ovu rečenicu dugovali Solomonu, mogli bismo je smatrati kao inspiratora pitagorejske doktrine broja, ali biblijsko tumačenje je dokazalo da je *Knjiga mudrosti* napisao u drugom veku naše ere jedan Jevrejin iz Aleksandrije, koji je verovatno bio u kontaktu sa pitagorejskom obnovom čiji je centar bio u Aleksandriji. Ni je, dakle, *Biblija* po tom pitanju uticala na grčku misao; baš je u samoj Grčkoj pod Pitagorinim pokroviteljstvom (580—500. pre Hrista) broj bio najpre smatran kao »obrazac« i slavni učitelj sa Samosa je formulisao poznatu rečenicu: »Sve je organizovano prema broju«, koju je preneo *Hieros Logos*, ili *Sveti govor*, koji je bio redigovan posle njegove smrti od nekoliko njegovih učenika, među kojima je verovatno bio i njegov sin.

Aristoksen iz Taranta, koga je Stobe citirao, takođe piše: »Pitagora je mislio da su sve stvari organizovane prema brojevima«.

Takođe nalazimo u *Theologumena Aritmetice* od Nikomaka iz Zeraza¹⁾, neo-pitagorista sa početka naše ere, koga ćemo morati još dosta da citiramo, sledeći odlomak: »Primitivni Haos, kome je nedostajao red i forma, bio je ureden prema broju«.

Pitagorejci, to jest članovi bratstva koje je Pitagora osnovao u Velikoj Grčkoj, dali su o broju tri definicije polazeći od triju različitih gledišta. Brojevi su, najpre podeljeni na čiste brojeve, ili božanske, na naučne brojeve i na konkretne brojeve, kojima se bavi račun poslovnih ljudi u pravom smislu reči.

Naučni brojevi su zatim klasirani, prema Nikomeđu, u tri kategorije:

1. Ograničeno mnoštvo (mi bismo danas rekli: savršeni skup koji može da se meri). To je kvalitet u pravom smislu reči;

2. Kompozicija monada, to jest jedinki. Teon iz Smirne piše u svom delu *Rerum mathematicorum ad legendum platonis utilium*: »Pitagorejci su smatrali sve termine iz prirodne serije brojeva za principe, tako da je, na primer, broj tri (trijada) princip između osetljivih stvari i četiri (tetrad) princip svih četvorki itd.«

POČECI RAZVITKA BROJNOG SISTEMA

To je skoro definicija brojeva Bertranda Rasela, brojeva kao »klasa klasa«. Te jedinice, te monade mogu biti tačke, i onda one mogu stvoriti u isti mah geometrijske i algebarske »prenosne« brojeve, zatim ravni (trouglaste, kvadratne, petougaoe, itd) i geometrijska tela (piramidalna, tetraedična, kubna, pentagonska itd.) koje su prvi matematičari i Bratstva već studirali na Siciliji.

3. Talas, sticanje monada.
Već smo videli da su pitagorejci, izvan tih naučnih i običnih brojeva, specijalno razlikovali te dve kategorije koje su nazivali »čisti brojevi«, ili »božanski«. Najbolje što mogu da učinim jeste da odve reprodukcijom predstavljamo božanskog broja Nikomaka iz Zeraza iz njegovih Teologumena: »Principi brojeva i ostatka svih stvari su »Isti i Drugi« ili sposobnost da se bude ista stvar ili druga stvar?». Stari narodi koji su, pod duhovnim Pitagorinim uticajem, prvi dali nauci sistematičnu formu, definisali su filozofiju kao ljubav za saznanjem... Bestesne stvari — kao kvaliteti, forme, jednačine... odnosi, red... mesta, vreme... — u osnovi su nepromenljive i međusobno nezamenljive, ali mogu slučajno učestvovati u promenama tela kojima pripadaju.

Ako se slučajno saznanje bavi telima, materijalne podrške bestesnih stvari, ipak će se ono nadovezati na stvari. Jer te nematerijalne stvari, večite, čine pravu realnost. Ali ono što je predmet formacije i destrukcije... (materija, tela) nije aktuelno realno u osnovi. (Može se već primetiti koliko je ta koncepcija sveta bliska koncepciji koju daje moderna matematička fizika, gde su jedino bitne struktura i invarijabilno.)

»Sve što je priroda sistematski uredila u vasioni izgleda, kako pojedinačno tako i u celini, kao da je bilo određeno i organizovano sa brojem, predviđanjem i mišlju onoga koji je stvorio sve stvari; jer je model bio fiksiran, kao jedna prethodna skica, predomnacijom broja koji je praegzistirao u duhu Boga stvoritelja sveta, ali u isti mah prava i večna suština, tako da su sa podudarnošću sa brojem, kao prema nekom u-metničkom planu, bile stvorene sve te stvari, i vreme, pokret, nebesa, zvezde i svi ciklusi svih stvari.«

Kao nekad Nikoman, nauka je ponovo ukinula barijere između matematike i logike: teorija skupova, klasa i relacija Kantara — Rasela — Vajtheda, Hilbertova aksiomatika, naponsko računanje i njegovo istraživanje invarijabilnog i kosmičkih konstanti, poglavljia su jedne jedine nauke, nove logistike.

Na te raselovske i kantorovske definicije broja nadovezuje se, kao što smo već videli, metafizička nijansa koja od broja stvara veliki arhetip, osnovni simbol i, takođe, gospodara formi.

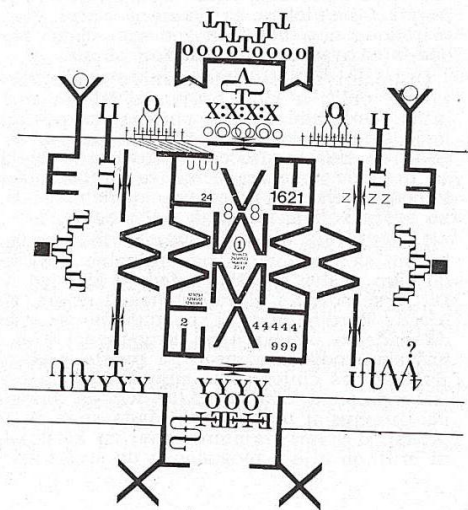
Platon, kao što smo to videli na početku, bio je dodao ideje brojevima kao glavna oruđa velikog stvoritelja, ili »Boga koji umetnički uređuje«; poznato nam je kakva je čudna srodnost vezivala ideje, forme, slike u grčkoj misli. Forma — misao može ponekad biti zakon koji vlada formalnom organizacijom, kao u definiciji: »Forma je zakon na osnovu koga se motiv ponavlja«.

¹) Nikomak iz Zeraza (grčka kolonija u Palestini, koju su osnovali Aleksandrovi veterani), zvani »Pitagorista«, koji je živeo u prvom veku naše ere; verovatno je studirao u Aleksandriji. Dva njegova de'a su sačuvana u celosti: *Priručnik Harmonije* i *Uvod u aritmetiku*; veliki deo njegove knjige *Theologumena Arithmetiques* (Mist'čnost broja) sačuvan je zahvaljujući ZambliNovoj kompilaciji (Rim, IV vek), autoru poznate knjige *Pitagorin život*. Najslavniji prevod (na latinski) *Isagouea* je Boesov (Rim, V vek), koji je vršio jak uticaj za vreme čitavog srednjeg veka.

²) Moderatus iz Gadesa (poznati pitagorista i matematičar iz Neronove epohe, piše (citirao Profir): »Pitagoristi nazivaju jedan idejom identiteta, jedinstva, jednakosti, sloje i simpatije u svetu, i dva idejom drugog, d'skriminacije, nejednakosti.

(Matila Ghyka: Philosophie et mystique du nombre, »Payot«, Paris, 1952)

Prevela sa francuskog
BORJANKA LUDVIG



Čovek, čak i u nižim stupnjevima razvika, poseduje osobinu, koja bi se u nedostatku boljeg imena mogla nazvati *smisao za broj*. Ta osobina mu omogućuje da prepozna da se nešto promenilo u nekom manjem skupu, ako je bez njegovog direktnog znanja jedan objekt pridodat ili oduzet skupu.

Smisao za broj se ne bi smeo brkati sa brojanjem, koje je verovatno mnogo kasnijeg porekla, i sadrži, kao što će se kasnije videti, dosta komplikovan mentalni proces. Brojanje je, koliko je poznato, isključivo ljudski atribut, dok neke vrste kao da poseduju rudimentaran smisao za broj sličan našem. Takvo je, barem, mišljenje kompetentnih posmatrača životinjskog sveta i ponašanja, i teorija je potkrepljena mnogim dokazima.

Mnoge ptice, na primer, poseduju takav smisao za broj. Ako gnezdo sadrži četiri jaja, jedno se slobodno može uzeti, ali ako su dva odstranjena, ptica najčešće napušta gnezdo. Na neki neobjašnjiv način ptica može da razlikuje dva od tri. Ta osobina niuikom sličaju nije svojstvena samo pticama. U samoj stvari najupečatljiviji slučaj je insekt zvani »usamljena zolja«. Majka zolja postavlja jaja u pojedinačne ćelije i snabdeva svako jaje sa živim insektima kojima se mladi hrane kada se izlegu. Broj tih insekata je strogo određen za pojedinu vrstu zolje, za neke iznosi 5, za druge 12, a za neke čak do 24 insekata. Ali najizrazitiji slučaj je vrsta *Geneta Eumenus*, kod koje je mužjak mnogo manji od ženke. Na neki misteriozni način majka zna da li će jaje dati mužjaka ili ženku i prema tome određuje količinu hrane; ne me-

nja vrstu ili veličinu insekata koje lovi, nego budućim ženka dodeljuje 10 žrtava, a budućim mužjacima 5. Pravilnost zoljnog postupka i činjenica da je ta akcija povezana sa osnovnim funkcijama života čini taj poslednji slučaj manje upečatljivim od ovog koji sledi. Postupak ptice je ovde zaista teško objašnjiv.

Zemljoposjednik je odlučio da ustrelji gavrana koji je napravio gnezdo na zgradi koja je dominirala njegovim posedom, nekom vrstom kule za osmatranje. Više puta je uzaludno pokušavao da iznenadi pticu, ali na svako približavanje čoveka ona bi napuštala gnezdo, i sa udaljenog drveta čekala da čovek napusti kulu, a onda bi se vraćala u gnezdo. Jednog dana zemljoposjednik je pribegao lukavstvu; dva čoveka su ušla u kulu, jedan je ostao, drugi je izašao i otišao. Ali ptica nije bila prevarena: držala se po strani dok i drugi čovek nije izašao napolje. Eksperiment je bio ponovljen sledećih dana sa dva, tri, i onda četiri čoveka, ali bez uspeha. Konačno je pet ljudi bilo poslato, kao i pre, svi su ušli u kulu, i jedan je ostao, a četiri su izašla napolje i otišla. Ne mogavši da razlikuje četiri od pet, ptica se odmah vratila u gnezdo.

Dve primedbe mogu da se naprave na račun takvih činjenica. Prva je da je vrsta koje poseduju takav osećaj za broj jako malo, da nijedna takva osobina nije pronađena među sisarima, i čak izgleda da i majmunima nedostaje. Druga primedba je da je smisao za broj kod životinja tako ograničenog karaktera da slobodno može da se ignoriše.

Prva primedba je opravdana. Zaista je osobena činjenica da je sposobnost opažanja broja u jednom ili drugom vidu ograničena na neke insekte, ptice i čoveka. Posmatranje i eksperimenti sa psima, konjima i drugim domaćim životinjama nisu uspešni da otkriju bilo kakav smisao za broj.

Druga primedba je od male vrednosti, jer je domet ljudskog smisla za broj takođe sasvim ograničen. U svakom praktičnom slučaju gde civilizovan čovek treba da razlikuje brojeve, on svesno ili nesvesno pomaže svoj direktan smisao za broj takvim trikovima kao što je čitanje simetričnih oblika, mentalno grupisanje ili brojanje. Brojanje je posebno postalo takav sastavni deo naše mentalne opreme da su psihološki testovi našeg opažanja broja ispunjeni velikim teškoćama. Ipak je učinjen neki progres: brižljivo sprovedeni eksperimenti vode do zaključka da je direktan vizuelan smisao za broj prosečnog civilizovanog čoveka retko veći od četiri, a da je *dotirni* smisao za broj još ograničeniji.

Antropološke studije primitivnih naroda u velikom stepenu potvrđuju te rezultate. One otkrivaju da su oni divljaci koji nisu stigli do stupnja računanja na prste, skoro potpuno lišeni svakog smisla za broj. Takav je slučaj među mnogobrojnim plemenima Australije, južnih mora, Južne Amerike i Afrike. Ekstenzivna proučavanja primitivne Australije otkrivaju da malo urođenika razlikuju do četiri, a da nijedan divljak nije u stanju da shvati broj sedam. Južnoafrički Bušmeni nemaju drugih reči za brojeve osim *jedan*, *dva* i *mного*, a i te su toliko neartikulisane da se može sumnjati da li im urođenici pridaju jasna značenja.

Nemamo razloga da verujemo, a imamo mnogo razloga da sumnjamo da su naši dalji preci bili bolje opremljeni smislom za broj, jer praktično svi evropski jezici nose tragove takvih ograničenja. Engleski *thrice*, isto kao i latinsko *ter* ima dvostruko značenje: tri puta i mnogo. Postoji prihvatljiva veza između latinskog *tres* (tri) i *trans* (preko); isto bi se moglo reći za francusko *très* (veoma); i *trois* (tri).

Geneza broja je sakrivena iza neprobog veta bezbrojnih istorijskih doba. Da li se pojam razvio putem iskustva ili je iskustvo samo poslužilo da bi se učinilo eksplisitnim ono što je već bilo latentno u primitivnoj psihi? To je izvanredan predmet za metafizičku spekulaciju, ali baš zbog toga je van namene ovoga teksta.