

POČECI RAZVITKA BROJNOG SISTEMA

To je skoro definicija brojeva Bertranda Rasela, brojeva kao »klasa klasa«. Te jedinice, te monade mogu biti tačke, i onda one mogu stvoriti u isti mah geometrijske i algebarske »prenosne« brojeve, zatim ravni (trouglaste, kvadratne, petougaoe, itd) i geometrijska tela (piramidalna, tetraedična, kubna, pentagonska itd.) koje su prvi matematičari i Bratstva već studirali na Siciliji.

3. Talas, sticanje monada.
Već smo videli da su pitagorejci, izvan tih naučnih i običnih brojeva, specijalno razlikovali te dve kategorije koje su nazivali »čisti brojevi«, ili »božanski«. Najbolje što mogu da učinim jeste da odve reprodukcijom predstavljamo božanskog broja Nikomaka iz Zeraza iz njegovih Teologumena: »Principi brojeva i ostatka svih stvari su »Isti i Drugi« ili sposobnost da se bude ista stvar ili druga stvar?». Stari narodi koji su, pod duhovnim Pitagorinim uticajem, prvi dali nauci sistematičnu formu, definisali su filozofiju kao ljubav za saznanjem... Bestesne stvari — kao kvaliteti, forme, jednačine... odnosi, red... mesta, vreme... — u osnovi su nepromenljive i međusobno nezamenljive, ali mogu slučajno učestvovati u promenama tela kojima pripadaju.

Ako se slučajno saznanje bavi telima, materijalne podrške bestesnih stvari, ipak će se ono nadovezati na stvari. Jer te nematerijalne stvari, večite, čine pravu realnost. Ali ono što je predmet formacije i destrukcije... (materija, tela) nije aktuelno realno u osnovi. (Može se već primetiti koliko je ta koncepcija sveta bliska koncepciji koju daje moderna matematička fizika, gde su jedino bitne struktura i invarijabilno.)

»Sve što je priroda sistematski uredila u vasioni izgleda, kako pojedinačno tako i u celini, kao da je bilo određeno i organizovano sa brojem, predviđanjem i mišlju onoga koji je stvorio sve stvari; jer je model bio fiksiran, kao jedna prethodna skica, predomnacijom broja koji je praegzistirao u duhu Boga stvoritelja sveta, ali u isti mah prava i večna suština, tako da su sa podudarnošću sa brojem, kao prema nekom u metničkom planu, bile stvorene sve te stvari, i vreme, pokret, nebesa, zvezde i svi ciklusi svih stvari.«

Kao nekad Nikoman, nauka je ponovo ukinula barijere između matematike i logike: teorija skupova, klasa i relacija Kantara — Rasela — Vajtheda, Hilbertova aksiomatika, naponsko računanje i njegovo istraživanje invarijabilnog i kosmičkih konstanti, poglavljia su jedne jedine nauke, nove *logistike*.

Na te raselovske i kantorovske definicije broja nadovezuje se, kao što smo već videli, metafizička nijansa koja od broja stvara veliki arhetip, osnovni simbol i, takođe, gospodara formi.

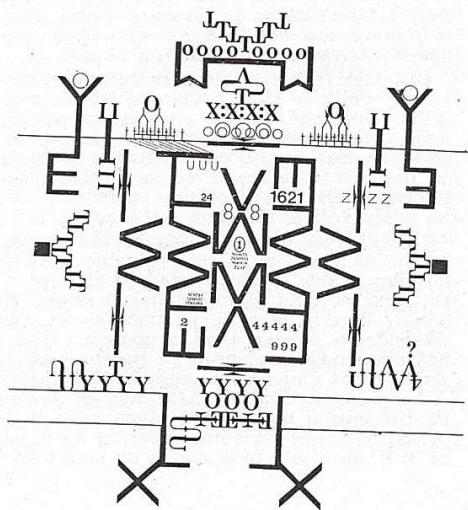
Platon, kao što smo to videli na početku, bio je dodao ideje brojevima kao glavna oruđa velikog stvoritelja, ili »Boga koji umetnički uređuje«; poznato nam je kakva je čudna srodnost vezivala ideje, forme, slike u grčkoj misli. Forma — misao može ponekad biti zakon koji vlada formalnom organizacijom, kao u definiciji: »Forma je zakon na osnovu koga se motiv ponavlja«.

¹) Nikomak iz Zeraza (grčka kolonija u Palestini, koju su osnovali Aleksandrovi veterani), zvani »Pitagorista«, koji je živeo u prvom veku naše ere; verovatno je studirao u Aleksandriji. Dva njegova de'a su sačuvana u celosti: *Priručnik Harmonije* i *Uvod u aritmetiku*; veliki deo njegove knjige *Theologumena Arithmetiques* (Mist'čnost broja) sačuvan je zahvaljujući ZambliNovoj kompilaciji (Rim, IV vek), autoru poznate knjige *Pitagorin život*. Najslavniji prevod (na lat'nski) *Isagouea* je Boesov (Rim, V vek), koji je vršio jak uticaj za vreme čitavog srednjeg veka.

²) Moderatus iz Gadesa (poznati pitagorista i matematičar iz Neronove epohe, piše (citirao Profir): »Pitagoristi nazivaju jedan idejom identiteta, jedinstva, jednakosti, sloje i simpatije u svetu, i dva idejom drugog, d'skriminacije, nejednakosti.

(Matila Ghyka: Philosophie et mystique du nombre, »Payot«, Paris, 1952)

Prevela sa francuskog
BORJANKA LUDVIG



Čovek, čak i u nižim stupnjevima razvika, poseduje osobinu, koja bi se u nedostatku boljeg imena mogla nazvati *smisao za broj*. Ta osobina mu omogućuje da prepozna da se nešto promenilo u nekom manjem skupu, ako je bez njegovog direktnog znanja jedan objekt pridodat ili oduzet skupu.

Smisao za broj se ne bi smeo brkati sa brojanjem, koje je verovatno mnogo kasnijeg porekla, i sadrži, kao što će se kasnije videti, dosta komplikovan mentalni proces. Brojanje je, koliko je poznato, isključivo ljudski atribut, dok neke vrste kao da poseduju rudimentaran smisao za broj sličan našem. Takvo je, barem, mišljenje kompetentnih posmatrača životinjskog sveta i ponašanja, i teorija je potkrepljena mnogim dokazima.

Mnoge ptice, na primer, poseduju takav smisao za broj. Ako gnezdo sadrži četiri jaja, jedno se slobodno može uzeti, ali ako su dva odstranjena, ptica najčešće napušta gnezdo. Na neki neobjašnjiv način ptica može da razlikuje dva od tri. Ta osobina niukom sličaju nije svojstvena samo pticama. U samoj stvari najupečatljiviji slučaj je insekt zvani »usamljena zolja«. Majka zolja postavlja jaja u pojedinačne ćelije i snabdeva svako jaje sa živim insektima kojima se mladi hrane kada se izlegu. Broj tih insekata je strogo određen za pojedinu vrstu zolje, za neke iznosi 5, za druge 12, a za neke čak do 24 insekata. Ali najizrazitiji slučaj je vrsta *Geneta Eumenus*, kod koje je mužjak mnogo manji od ženke. Na neki misteriozni način majka zna da li će jaje dati mužjaka ili ženku i prema tome određuje količinu hrane; ne me-

nja vrstu ili veličinu insekata koje lovi, nego budućim ženka dodeljuje 10 žrtava, a budućim mužjacima 5. Pravilnost zoljnog postupka i činjenica da je ta akcija povezana sa osnovnim funkcijama života čini taj poslednji slučaj manje upečatljivim od ovog koji sledi. Postupak ptice je ovde zaista teško objašnjiv.

Zemljoposjednik je odlučio da ustrelji gavrana koji je napravio gnezdo na zgradi koja je dominirala njegovim posedom, nekom vrstom kule za osmatranje. Više puta je uzaludno pokušavao da iznenadi pticu, ali na svako približavanje čoveka ona bi napuštala gnezdo, i sa udaljenog drveta čekala da čovek napusti kulu, a onda bi se vraćala u gnezdo. Jednog dana zemljoposjednik je pribegao lukavstvu; dva čoveka su ušla u kulu, jedan je ostao, drugi je izašao i otišao. Ali ptica nije bila prevarena: držala se po strani dok i drugi čovek nije izašao napolje. Eksperiment je bio ponovljen sledećih dana sa dva, tri, i onda četiri čoveka, ali bez uspeha. Konačno je pet ljudi bilo poslato, kao i pre, svi su ušli u kulu, i jedan je ostao, a četiri su izašla napolje i otišla. Ne mogavši da razlikuje četiri od pet, ptica se odmah vratila u gnezdo.

Dve primedbe mogu da se naprave na račun takvih činjenica. Prva je da je vrsta koje poseduju takav osećaj za broj jako malo, da nijedna takva osobina nije pronađena među sisarima, i čak izgleda da i majmunima nedostaje. Druga primedba je da je smisao za broj kod životinja tako ograničenog karaktera da slobodno može da se ignoriše.

Prva primedba je opravdana. Zaista je osobena činjenica da je sposobnost opažanja broja u jednom ili drugom vidu ograničena na neke insekte, ptice i čoveka. Posmatranje i eksperimenti sa psima, konjima i drugim domaćim životinjama nisu uspeali da otkriju bilo kakav smisao za broj.

Druga primedba je od male vrednosti, jer je domet ljudskog smisla za broj takođe sasvim ograničen. U svakom praktičnom slučaju gde civilizovan čovek treba da razlikuje brojeve, on svesno ili nesvesno pomaže svoj direktan smisao za broj takvim trikovima kao što je čitanje simetričnih oblika, mentalno grupisanje ili brojanje. Brojanje je posebno postalo takav sastavni deo naše mentalne opreme da su psihološki testovi našeg opažanja broja ispunjeni velikim teškoćama. Ipak je učinjen neki progres: brižljivo sprovedeni eksperimenti vode do zaključka da je direktan vizuelan smisao za broj prosečnog civilizovanog čoveka retko veći od četiri, a da je *dotirni* smisao za broj još ograničeniji.

Antropološke studije primitivnih naroda u velikom stepenu potvrđuju te rezultate. One otkrivaju da su oni divljaci koji nisu stigli do stupnja računanja na prste, skoro potpuno lišeni svakog smisla za broj. Takav je slučaj među mnogobrojnim plemenima Australije, južnih mora, Južne Amerike i Afrike. Ekstenzivna proučavanja primitivne Australije otkrivaju da malo urođenika razlikuju do četiri, a da nijedan divljak nije u stanju da shvati broj sedam. Južnoafrički Bušmeni nemaju drugih reči za brojeve osim *jedan*, *dva* i *mного*, a i te su toliko neartikulisane da se može sumnjati da li im urođenici pridaju jasna značenja.

Nemamo razloga da verujemo, a imamo mnogo razloga da sumnjamo da su naši dalji preci bili bolje opremljeni smislom za broj, jer praktično svi evropski jezici nose tragove takvih ograničenja. Engleski *thrice*, isto kao i latinsko *ter* ima dvostruko značenje: tri puta i mnogo. Postoji prihvatljiva veza između latinskog *tres* (tri) i *trans* (preko); isto bi se moglo reći za francusko *très* (veoma); i *trois* (tri).

Geneza broja je sakrivena iza neprobrog veta bezbrojnih istorijskih doba. Da li se pojam razvio putem iskustva ili je iskustvo samo poslužilo da bi se učinilo eksplisnim ono što je već bilo latentno u primitivnoj psihi? To je izvanredan predmet za metafizičku spekulaciju, ali baš zbog toga je van namene ovoga teksta.

Ako ćemo da sudimo razvitak naših dalekih predaka po psihičkom uzrastu današnjih plemena ne možemo izbeći zaključku da su počeli bili jako skromni. Rudimentaran smisao za broj, ne veći od onog koji poseduju ptice, bio je jezgro iz kojeg se razvila koncepcija broja. I malo ostaje za sumnju da bi čovek, ostavljen takvoj direktnoj percepciji broja, mogao da napreduje više od veštine prepoznavanja broja koju imaju ptice. Ali putem značajnih okolnosti čovek je naučio da pomaže svoj sasvim ograničen smisao za broj pomagalom koje je izvršilo ogroman uticaj na njegov budući život. To pomagalo je *brojanje*, i brojanju dugujemo neobičan progres koji smo napravili u izražavanju našeg sveta putem broja.

Postoje primitivni jezici koji imaju reči za svaku duginu boju, ali nemaju reč *boja*; postoje opet drugi koji imaju reči za svaki poseban broj, ali nemaju reč *broj*. To je istinitost koja važi i za druge pojmove. Tako engleski jezik ima obilje svojih termina za posebne vrste mnoštava: *flock* (jato) *herd* (stado), *lot* (gomila), i druge. Sve te reči se odnose na specijalne pojmove i slučajeve, dok su reči *collection* i *aggregate* stranog porekla. Konkretno uvek dolazi pre apstraktnog.

Upečatljiv primer ove ekstremne konkretosti ranog pojma broja sadrži jezik jednog indijanskog plemena iz Britanske Kolumbije. Tu nalazimo sedam određenih skupina reči za brojeve: jedne su za ravne objekte i životinje; druge za okrugle objekte i vreme; zatim reči za brojanje ljudi; reči za duge predmete i drveće; reči za kanue; reči za mere i najzad, reči koje se ne odnose ni na kakve određene predmete. Te poslednje su verovatno kasnijeg razvitka; one druge mora da su ostaci najranijih dana kada pleme nije još naučilo da broji.

Zasluga je brojanja što se konsolidovao heterogeni pojam množine, tako karakterističan za primitivnog čoveka, u *homogeni apstraktni pojam broja* koji je omogućio matematiku.

Doduše, ma kako čudno to izgledalo, moguće je doći do logičnog, savršeno jasnog pojma broja bez uvlačenja pomoći brojanja.

Ulazimo u salu. Pred nama su dva mnoštva: mnoštvo ili skup sedišta u sali, i mnoštvo publike. Bez brojanja možemo da utvrdimo da li su ta dva mnoštva jednaka, i ako nisu, koje je veće. Naime, ako je svako sedište zauzeto, i nijedan čovek ne stoji, znamo bez brojanja da su ta dva skupa jednaka. Ako je svako sedište zauzeto i neko od publike stoji, znamo bez brojanja da ima više ljudi nego sedišta.

Do tog saznanja dolazimo putem procesa koji dominira čitavom matematikom i koji je dobio ime *obovstrano jednoznačno pridruživanje*. Proces se sadrži u dodeljivanju svakom objektu jednog skupa objekat drugog skupa, i proces se nastavlja sve dok se jedan ili oba skupa ne iscrpe.

Tehnika brojanja mnogih primitivnih naroda je ograničena na upravo takvo pridruživanje ili sparivanje. Oni čuvaju podatke o svojim stadima ili vojskama pomoću zaseka u drvetu ili šljunaka skupljenih na gomilu. Da su naši preci bili vični takvim metodama svedoči etimologija reči *kalkulisati*, koja dolazi od latinske reči *calculus*, šljunak, kamenčić.

Na prvi pogled bi izgledalo da pridruživanje daje samo načina za upoređivanje dva skupa, ali da nije u stanju da stvori broj u apsolutnom značenju te reči. Prelaz od relativnog ka apsolutnom broju, međutim, nije težak. Potrebno je samo stvoriti *skupove-modela*, od kojih svaki predstavlja po jedan moguć skup. Određivanje bilo kog datog skupa se tada svodi na selekciju među postojećim modelima onoga koji se sa datim skupom može dovesti u vezu član po član.

Primitivan čovek nalazi takve modele u svojoj neposrednoj blizini: krila ptice mogu da predstavljaju broj dva, list deteline broj tri, noge životinje četiri, prsti na sopstvenoj ruci pet. Dokazi o takvom poreklu reči za brojeve mogu se naći u mnogim primitivnim jezicima. Naravno, kada se reč za broj

jednom stvori i usvoji, ona postaje isto tako dobar model kao predmet koji je prvobitno predstavljala. Potreba za razlikovanjem imena pozajmljenog predmeta i samog simbola broja prirodno bi težila da dovede do razlike u zvuku, dok se tokom vremena i sama veza između njih ne bi zaboravila. Što se čovek više uči da se oslanja na svoj jezik, zvuci zamenjuju sliku koju su u početku značili, i početno konkretni modeli uzimaju apstraktne oblike u vidu reči koje označavaju brojeve. Pamćenje i navika daju konkretnost tim apstraktnim oblicima, i tako same reči postaju mera pluraliteta.

Pojam koji je upravo objašnjen naziva se *kardinalni broj*. Kardinalni broj počiva na principu korespondencije: to implicira da se ne radi o brojanju. Da bi se stvorio proces brojanja nije dovoljno imati raznobojni skup modela, ma kako raznovrstan i razumljiv on bio. Moramo smisliti brojni sistem: naš skup brojnih modela mora biti poredan u uređeni niz, u niz koji raste poput neke rastuće veličine, u *prirodan niz*: jedan, dva, tri... Kada je jednom takav sistem stvoren, *prebrojavanje skupa* znači dodeljivanje svakom njegovom članu po jedan član prirodnog niza, i to u uređenom poretku, sve dok se taj skup ne iscrpi. Član prirodnog niza dodeljen zadnjem članu tog skupa naziva se *ordinalni broj* skupa.

Ordinalni brojni sistem može uzeti konkretan oblik u vidu brojanje, ali to nije bitno. Ordinalni sistem počinje da postoji kada se nekoliko prvih reči za brojeve zapamti u odgovarajućem redosledu, i kada se pronađe fonetska šema za prelazak od svakog broja ka njegovom *nasledniku*, tj. ka broju koji je od njega za jedan veći.

Naučili smo da prelazimo sa takvom lakoćom sa kardinalnih na ordinalne brojeve da nam ta dva aspekta izgledaju kao jedan. Da bi se odredio pluralitet nekog skupa, tj. njegov kardinalni broj, ne mučimo se više da nađemo odgovarajući skup-model kome naš skup odgovara, nego ga prosto prebrajamo. I baš činjenici da smo naučili da poistovetimo ta dva aspekta duguje mnogo naš progres u matematiku. Mada smo mi u praksi, u stvari, zainteresovani za kardinalni broj, on nije u mogućnosti da stvori arit-

metiku — ta dva principa su, dakle, utkana u samo tkivo našeg brojnog sistema.

Prirodno je zapitati se na ovom mestu da li je ta suptilna distinkcija između kardinalnog i ordinalnog broja imala mesto u ranoj istoriji pojma broja. Nagonjeni smo da pomislimo da je kardinalni broj, zasnovan samo na korespondenciji, prethodio ordinalnom broju, koji zahteva i korespondenciju i uređivanje u poredak. Ali najbrižljivija ispitivanja primitivne kulture i filologije nisu uspeła da otkriju neko takvo pretiženje. Gdegod uopšte postoji tehnika brojanja, oba aspekta broja se mogu naći.

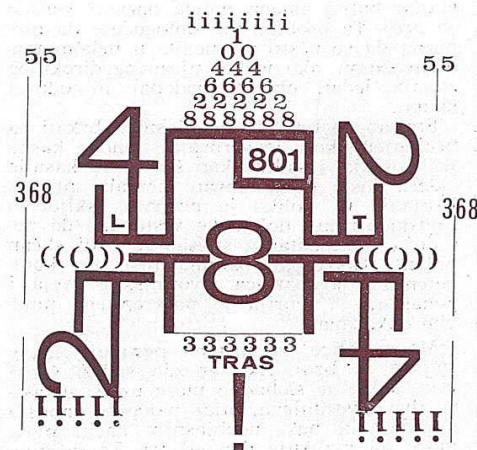
Međutim, isto tako, gdegod uopšte postoji tehnika računanja i brojanja, brojanje na prste joj je prethodilo ili je praoprača. A u svojim prstima čovek poseduje mogućnost da neprimetno pređe sa kardinalnog na ordinalni broj. Ako zaželi da pokaže da neki skup sadrži četiri predmeta podići će ili spustiti istovremeno četiri prsta; ako želi da prebroji taj isti skup podići će ili spustiti ta ista četiri prsta, samo sada jedan po jedan. U prvom slučaju upotrebljava prste kao kardinalni model, a u drugom kao ordinalni sistem. Nesumnjivi tragovi tog porekla brojanja nalaze se u skoro svakom primitivnom jeziku. U većini tih jezika broj „pet“ je izražen kao „ruka“, broj „deset“ sa „dve ruke“, ili, ponekad, sa „čovek“. Nadalje, u mnogim primitivnim jezicima reči za brojeve do četiri su identične sa imenima koja su data četirna prstima.

U civilizovanijim jezicima taj proces je nešto zatrt, ali tragovi ne nedostaju. Uopredimo sanskritski *panča*, pet, sa odgovarajućim persijskim *penča*, šaka; rusko „pjat“, pet, sa „pjast“, ispružena šaka.

Čovek duguje svoj uspeh u brojanju svojim artikulisanim deset-prstima. Ti prsti su ga naučili da računa i na taj način neograničeno proširi pojam broja. Bez toga pomagala tehnika brojanja čoveka ne bi napredovala mnogo dalje od rudimentarnog osećaja za broj, i opravdano je pretpostavljati da bi bez naših prstiju razvitak broja iz koga sledi razvitak egzaktne nauke bio sveden na najmanju meru. Doduše, sem činjenice da se naša deca još uvek sleže prstima u brojanju, brojanje na prste je izgubljena umetnost među današnjim civilizovanim ljudima. Nastanak pisanja, pojednostavljen brojni sistem i opšte školovanje učinili su tu veštinu zastarelom i suvišnom. Pod tim okolnostima sasvim je prirodno za nas što podcenjujemo ulogu koju je imalo brojanje na prste u istoriji nastanka čoveka. Samo par stotina godina unazad brojanje na prste je bio tako raširen običaj u Zapadnoj Evropi da nijedan udžbenik aritmetike nije bio kompletan ako nije davao detaljna obaveštenja o toj veštini. Veština upotrebe prstiju za računanje bila je jedno od dostignuća obrazovanog čoveka. Najveća inženjerska je pokazivana u stvaranju pravila za sabiranje i množenje na prste. Tako, na primer, seljaci u centralnoj Francuskoj (Auvergne) upotrebljavaju neobičan metod za množenje brojeva iznad pet. Ako želi da pomnoži 9 puta 8, spusti 4 prsta na levoj ruci (jer je četiri razlika između devet i pet), i 3 prsta na desnoj ruci (jer je razlika između osam i pet baš tri). Tada mu broj spuštenih prstiju daje brojku deseti-cu rezultata (četiri plus tri je sedam), dok mu proizvod nespuštenih prstiju daje brojku jedinica (jedan puta dva je dva).

Pomagala slične vrste primećena su u veoma udaljenim mestima, kao što su Srbija, Besarabija i Sirija. Upadljiva sličnost postupka kao i činjenica da su sve te zemlje svojevremeno bile deo velike rimske imperije dovodi do ideje da su Rimljani autoritet tih izvata. Međutim, može se isto tako pretpostaviti sa jednakom prihvatljivošću da su se ti metodi nezavisno razvili, a da su slični uslovi dali slične rezultate. Čak i danas dobar deo čovečanstva računa na prste: za primitivnog čoveka, da se podsetimo, to je jedini način za izvođenje prostih računanja njegovog svakodnevnog života.

Nemoguće je odrediti tačan period kada su nastale reči koje označavaju brojeve, ali postoji pouzdana evidencija iz koje se vidi da je prethodio mnogo hiljada godina pisanoj istoriji. Jedna činjenica je već ra-



metiku. Operacije aritmetike su zasnovane na prećutnoj pretpostavci da sa svakog broja uvek možemo preći na onaj sledeći, tj. na onaj koji je od njega za jedan veći, a to je baš suština ordinalnog pojma broja.

I tako je korespondiranje kao takvo u nemogućnosti da stvori veštinu računanja. Bez naše sposobnosti da redamo stvari u uređeni poredak mali napredak bi bio moguć. Korespondencija i uređeni poredak, ta dva principa koji prožimaju celu matematiku, i ne samo nju, već sve domene egzakt-

nije spomenuta: svi tragovi nastanka reči za brojeve u evropskim jezicima su izgubljeni, sa mogućim izuzetkom reči za broj pet. To je veoma značajno, jer reči za brojeve poseduju neverovatnu stabilnost. Dok je vreme dovelo do radikalnih promena u gotovo svim drugim aspektima, nalazimo da je skup reči koje označavaju brojeve praktično nepromenjen. Staviše, ta stabilnost koristi filozofima za utvrđivanje srodnosti između privedno dalekih grupa jezika. Na kraju članka je tablica uporednih reči za brojeve u standardnim indoevropskim jezicima. Zašto onda uprkos toj stabilnosti nije pronađen trag originalnog značenja tih reči? Jedna prihvatljiva pretpostavka je da su reči od kojih su uzeti pojmovi za broj potpuno izmenjene, dok su reči koje označavaju brojeve praktično nepromenjene.

Filološka istraživanja reči za brojeve pokazuju univerzalnu uniformnost. Svuda su deset prstiju čoveka ostavili dubok trag. Doista, nema sumnje o uticaju naših deset prstiju na izbor osnove brojnog sistema. U svim indoevropskim jezicima, kao i u semitskim, mongolskom i većini primitivnih jezika, brojna osnova je deset, što znači da postoje nezavisne reči za brojeve do deset, a onda se upotrebljava neki princip slaganja reči sve dok se ne dođe do 100. Svi ti jezici imaju posebne reči za 100 i 1000, a neki jezici i za više decimalne jedinice. Postoje očigledni izuzeci, kao englesko *eleven* (11) i *twelve* (12), ili nemačko *elf* i *zwölf*, ali se ispostavilo da te reči potiču od *ein-lif* i *zwo-lif*, gde je *lif* staronemačka reč za deset.

Istina je, takođe, da sem decimalnog sistema, postoje još dve raširene brojne osnove, ali i njihova priroda potvrđuje u znatnoj meri antropomorfnu prirodu našeg sistema brojanja. Ta dva sistema su sa osnovom pet i sa osnovom dvadeset.

U sistemu sa osnovom pet postoje posebne reči za brojeve do pet, a onda nastaje slaganje tih reči. Očigledno je da je nastalo takvo brojanje kod naroda koji su imali običaj da računaju na jednoj šaci. Ali zašto bi se čovek ograničio na jednu šaku? Prihvatljivo objašnjenje je u činjenici da primitivni čovek retko polazi bilo kuda nenaoružan. Ako želi da broji, ostaje mu tada samo jedna ruka slobodna. Mnogi jezici još uvek nose tragove tog sistema sa osnovom pet, i razumno je pretpostaviti da je decimalni sistem prošao kroz tzv. kvinarnu etapu. Neki filozofi tvrde da su čak i indoevropske reči za brojeve kvinarnog porekla. Ukazuju na grčku reč *pempazein*, brojati po pet, i takođe na nesumnjivo kvinarnu prirodu rimskih cifara. Međutim, nema drugih dokaza te vrste, i mnogo je verovatnije da je naša grupa jezika prošla kroz uvodni period gde je dominiralo brojanje sa osnovom dvadeset.

Ovo poslednje je verovatno nastalo među primitivnim plemenima koja su brojala ne samo na rukama već i na nogama. Najupečatljiviji primer takvog sistema nađen je kod Maja u Centralnoj Americi. Po sličnom principu je razvijen i brojni sistem kod Acteka. Njihov dan je bio podeljen na 20 sati; vojne jedinice su sadržavale po 8000 ljudi (20 puta 20 puta 20). Ostaci ovog sistema nalaze se i u nekim modernim jezicima; to se najbolje vidi u francuskoj reči *quatre-vingt* koja znači 80, a bukvalno značenje joj je 4 puta 20.

Među primitivnim plemenima Afrike i Australije postoji brojni sistem koji upotrebljava osnovu koja nije ni 5, ni 10 ni 20. To je tzv. binarni sistem, ili sistem sa osnovom dva. Ti divljaci još nisu dostigli nivo računanja na prstima. Imaju posebne reči za jedan i dva, zatim od njih složene reči za brojeve do šest, a preko toga je sve neodređeno. Utvrđeno je da većina tih plemena broji po parovima. Tako im je jaka ta navika, da urođenik neće primetiti ako se od sedam predmeta dva odstrane, ali će odmah primetiti ako se samo jedan odstrani. Njegov osećaj parnosti je jači od njegovog osećaja za broj. Dosta je zanimljivo da je ova najprostija od svih mogućih osnova imala u relativno skorajšnjim vremenima za zastupnika nikog drugog nego Lajb-

nica. Binarni brojni sistem traži samo dva simbola 0 i 1, pomoću kojih se na sličan način kao u decimalnom brojnom sistemu svi ostali brojevi mogu prikazati. Prednosti binarnog sistema su mali broj simbola i ogromna jednostavnost operacija. Treba znati da svaki sistem zahteva da se tablice sabiranja i množenja nauče napamet. Za binarni sistem te tablice se svode na 1 plus 1 jednako je 1⁰ (tako se piše broj 2) i 1 puta 1 jednako 1, dok u decimalnom sistemu svaka tablica ima po sto članova. Međutim, ove prednosti su više nego umanjene nedostatkom kompaktnosti: tako se na primer broj 4096 (2¹²) piše u binarnom sistemu kao 1000000000000.

Mistična elegancija binarnog sistema potstakla je Lajbnica da uzvikne: Omnibus ex nihilo ducendis sufficit unum (Jedinica je dovoljna da se ni iz čega sve izvede). Lajblas je to ovako prokomentarisao: „Lajbnić je u svojoj binarnoj aritmetici video sliku Stvaranja... Zamišljao je da Jedinica predstavlja Boga, a Nula Prazninu; te da je Vrhovno Biće stvorilo sva druga bića iz Praznine, kao što nula i jedinica predstavljaju sve brojeve u njegovom brojnom sistemu. Ova predstava se toliko svidela Lajbniću da je svoje poglede saopštio Jezuitu Grimaldiju, koji je na kineskom dvoru bio predsednik komisije za matematiku, u nadi da će preobratiti kineskog cara, koji je jako simpatisao nauke. Pominjem ovo samo zato da pokažem kako predrasude detinjstva mogu da zamračte poglede čak i najvećih ljudi!”.

Interesantno je razmatrati šta bi se desilo istoriji ljudske kulture da je čovek umesto savitljivih prstiju imao samo dva neartikulisana pokreta. Ako bi se pod takvim okolnostima brojni sistem uopšte mogao razviti, verovatno bi to bio binarni sistem.

To što je čovečanstvo usvojilo decimalni sistem je fiziološka slučajnost. Oni koji u svemu vide ruku Boga, moraću da priznaju da je Bog loš matematičar, jer osim fiziološke zasluge decimalna osnova se malo čim drugim može preporučiti. Doista, ako bi se izbor brojne osnove ostavio ekspertima, verovatno bismo bili svedoci sukoba između praktičnih ljudi, koji bi insistirali

S druge strane, veliki matematičar Lagranž je tvrdio da osnova sa prostim brojem ima mnogo više prednosti. Ukazao je na činjenicu da bi sa takvom osnovom svaki razlomak bio nesvodljiv i predstavljao bi jedan jedinstven broj. U našem sadašnjem sistemu, decimalni razlomak 0,36 stoji umesto više razlomaka: 36 stotina, 18 pedesetina, itd... Takva bi se dvosmislenost osetno smanjila ako bi se prosta osnova, kao 11, uvela.

Ali bez obzira da li bi uvažena grupa kojoj bismo poverili izbor baze odlučila da uzmemo složenu ili prostu osnovu, možemo biti sasvim sigurni da broj deset ne bi bio ni razmatran, pošto nije ni prost, a nema ni dovoljno delitelja.

U našem dobu, kada su računarska pomagala već umnogome zamenila mentalnu aritmetiku, niko ne bi ozbiljno uzeo nijedan od ta dva predloga. Prednosti koje bi se dobile su toliko male, a tradicija brojanja po deseticama tako velika — da izazov izgleda smešan.

Sa gledišta istorije kulture promena baze, čak i da je praktična, bila bi nepoželjna. Dogod čovek broji deseticama, njegovih deset prstiju podsećaće ga na ljudsko poreklo najvažnije faze njegovog duševnog života. I zato neka decimalni sistem opstane kao živi monument izreke:

Čovek je mera svih stvari.

Reči za brojeve u nekim indoevropskim jezicima koje pokazuju neobičnu stabilnost:

1 eka	en	unus	ajnc	uan	en	adin
2 dva	duo	duo	cvaj	tu	de	dva
3 tri	tri	tres	draj	tri	troa	tri
4 katur	tetra	kvator	fir	for	katr	četire
5 panca	pente	kvinkve	finf	fa/v	senk	pjat
6 sas	heks	seks	zeks	siks	sis	šest
7 sapta	hepta	šeptem	ziben	sevn	set	sem
8 asta	okto	okto	aht	eit	uit	vosem
9 nava	enea	novem	noin	nain	nef	devjat
10 daka	deka	dekem	cen	ten	dis	desjat
100 kata	ekaton	kentum	hundert	hundred	son	sto
1000 šastro	ksilia	mile	tauzend	tauzend	mil	tisjača

Brojevi se redom odnose na sanskrit, starogrčki, latinski, nemački, engleski, francuski i ruski, i dati su u najgrubljoj fonetskoj transkripciji na naš jezik.

Tipičan kvinarni sistem: api jezik sa Novih Hebrida

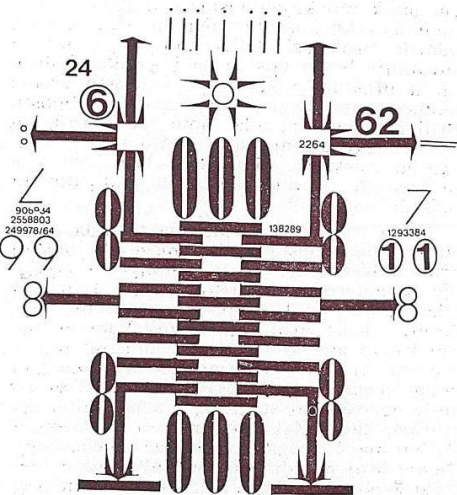
Reč	Značenje
1 tai	
2 lua	
3 otolu	
4 vani	
5 luna	šaka
6 otai	druga jedan
7 olua	druga dva
8 otolu	druga tri
9 ovari	druga četiri
10 lua luna	dve šake

Tipičan sistem sa osnovom dvadeset: Maje iz Centralne Amerike

1	hun
20	kal
400	bak
8000	pik
160000	kalb
3200000	kinčel
64000000	alke

Tipičan binarni sistem: Zapadno pleme iz Torejovog Tesnaca

1	urapun
2	okosa
3	okosa urapun
4	okosa okosa
5	okosa okosa urapun
6	okosa okosa okosa



na osnovi sa što većim brojem delitelja, kao recimo dvanaest, i čistih matematičara, koji bi želeli prost broj, kao sedam ili jedanaest, za osnovu. U stvari, krajem osamnaestog veka, veliki prirodnjak Bifon je predložio da se univerzalno prihvati duodecimalna baza (12). Ukazivao je na to da 12 ima četiri delitelja, dok 10 ima samo dva, i da se kroz vekove taj nedostatak decimalnog sistema toliko osećao da, mada je deset bila univerzalna osnova, većina mera je imala 12 sekundarnih jedinica.

Preveo sa engleskog
ALEKSANDAR IVIĆ